

**WYMAGANIA PROGRAMOWE Z MATEMATYKI W ZAKRESIE
ROZSZERZONYM DLA CZTEROLETNIEGO TECHNIKUM (klasy TB oraz TCPG)
W ZESPOLE SZKÓŁ NR IM. MARII SKŁODOWSKIEJ-CURIE W WYSZKOWIE**

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym.

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
<ul style="list-style-type: none">• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze
<ul style="list-style-type: none">• stosuje cechy podzielności liczb
<ul style="list-style-type: none">• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
<ul style="list-style-type: none">• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
<ul style="list-style-type: none">• porównuje liczby wymierne
<ul style="list-style-type: none">• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
<ul style="list-style-type: none">• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną
<ul style="list-style-type: none">• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
<ul style="list-style-type: none">• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
<ul style="list-style-type: none">• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka
<ul style="list-style-type: none">• włącza czynnik pod znak pierwiastka
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
<ul style="list-style-type: none">• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
<ul style="list-style-type: none">• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none">• przedstawia liczbę w notacji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none">• oblicza procent danej liczby
<ul style="list-style-type: none">• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
<ul style="list-style-type: none">• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none">• odczytuje prawidłowo informacje przedstawione na diagramach
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi)

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
<ul style="list-style-type: none">• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
<ul style="list-style-type: none">• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm \sqrt{d}}$
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych
<ul style="list-style-type: none">• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
<ul style="list-style-type: none">• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none">• wyprowadza i stosuje wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$
<ul style="list-style-type: none">• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
<ul style="list-style-type: none">• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{3}$, $\sqrt{3} - 1$
• uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
• przeprowadza dowód nie wprost
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych
• rozwiązuje proste nierówności liniowe
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -4 \wedge x < 1\} = \langle -4, 1 \rangle$
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $ x = a$, $ x < a$
• wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $ 2x - 3 = 3$, $ x + 4 \leq 1$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• rozwiązuje nierówności liniowe
• przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami
• uzasadnia własności wartości bezwzględnej
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej

3. FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie

• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne)
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
• rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności
• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych
• rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna
• rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

4. FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym
• wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia

• oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach)
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby
• określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
• na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości parametru m
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki
• szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość)
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

5. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rysuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu

• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie
• rysuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$
• rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją kwadratową
• rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych
• znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
• stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
• wyprowadza wzory Viète'a
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

6. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
• stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych

• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów
• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa
• stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii

7. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
• oblicza odległość punktu od prostej
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt

• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• wykonuje działania na wektorach
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności
• wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu w zadaniach
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
• stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje własności jednokładności w zadaniach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej
• wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

8. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• stosuje wzory na kwadrat i sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki
• stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$

• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej
• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzór: $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza iloraz danych wielomianów
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki
• porównuje wielomiany
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe
• szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów
• stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów

9. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)

<ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ o wektor i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none"> skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje proste równania wymierne
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układy nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

10. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
<ul style="list-style-type: none"> określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°
<ul style="list-style-type: none"> określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji

trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności stosuje tożsamości trygonometryczne dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90°, 315°, 1080° stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych szkicuje wykres funkcji okresowej stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych
--

11. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów szkicuje wykres ciągu wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
--

• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
• bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu
• bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
• oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)
• podaje granicę ciągów q^n dla $q \in (-1; 1)$ oraz $\frac{1}{n^k}$ dla $k > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)
• podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: q^n dla $q > 0$ oraz n^k dla $k > 0$
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
• stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |
|---|

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach |

12. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • korzysta ze wzorów $(c)' = 0$, $(x)' = 1$, $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • zna i stosuje schemat badania własności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, także na podstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza w granice funkcji w nieskończoności
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza ciągłość funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodną funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie

<ul style="list-style-type: none"> korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego

13. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
<ul style="list-style-type: none"> stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym
<ul style="list-style-type: none"> określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej
<ul style="list-style-type: none"> stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> dowodzi wzory na pole trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów

14. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">wypisuje wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none">stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia
<ul style="list-style-type: none">przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none">wypisuje permutacje danego zbioru
<ul style="list-style-type: none">stosuje definicję silni
<ul style="list-style-type: none">oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
<ul style="list-style-type: none">oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
<ul style="list-style-type: none">oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość symbolu Newtona
<ul style="list-style-type: none">oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji
<ul style="list-style-type: none">stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
<ul style="list-style-type: none">określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none">określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
<ul style="list-style-type: none">określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
<ul style="list-style-type: none">stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
<ul style="list-style-type: none">podaje rozkład prawdopodobieństwa
<ul style="list-style-type: none">oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
<ul style="list-style-type: none">stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">określa iloczyn zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
<ul style="list-style-type: none">oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
<ul style="list-style-type: none">ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
<ul style="list-style-type: none">oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
<ul style="list-style-type: none">oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
<ul style="list-style-type: none">oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
<ul style="list-style-type: none">oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona
<ul style="list-style-type: none">zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
<ul style="list-style-type: none">stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
<ul style="list-style-type: none">oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe
<ul style="list-style-type: none">oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite
<ul style="list-style-type: none">ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczania współczynników wielomianów
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

15. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby
• wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

16. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor
• szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej $y = f(x)$
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej |
|---|

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • dowodzi twierdzenia o logarytmach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| <ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (x, y) spełniających podany warunek |

17. STEREOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę |
| <ul style="list-style-type: none"> • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego |
| <ul style="list-style-type: none"> • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów wielościanu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii |
| <ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych |

18. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza dowód nie wprost

19. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane powyżej.